



# TOBB ETÜ MATEMATİK BÖLÜMÜ

MAT 201 - DOĞRUSAL CEBİR

AD SOYAD:

2017 YAZ DÖNEMİ - FINAL SINAVI

ÖĞR. No.:

14 AĞUSTOS 2017, SINAV SÜRESİ 110 DAKİKA

İMZA:

1. (20 P)	2. (25 P)	3. (20 P)	4. (15 P)	5. (20 P)	TOPLAM

TAM PUAN ALMAK İÇİN ÇÖZÜMLERİNİZDE YETERLİ AÇIKLAMA YAPMANIZ GEREKMEKTEDİR.

1) a) Bir lineer dönüşümün sıfır uzayı (çekirdeği) ne demektir? Tanımlayınız. (5 puan)

b)  $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dönüşümü,

$$L(u_1, u_2, u_3, u_4) = (u_1 + 2u_2 - u_4, -u_1 - 2u_2 - u_3, -u_1 - 2u_2 + u_4)$$

kuralı ile veriliyor.  $L$  nin lineer olduğu gösterilebilir (göstermenize gerek yok). Bu lineer dönüşümün görüntü uzayının bir bazını bulunuz. (12 puan)

c)  $L$  nin rankı kaçtır? (3 puan)

2) a) Bir matrisin sütün rankı ne demektir? Tanımlayınız. (5 puan)

b)  $A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 9 & 3 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$  olduğuna göre A matrisinin sıfır uzayının bir tabanını bulunuz. (20 puan)

3)  $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu,

$$f(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = f((u_1, u_2), (v_1, v_2)) = 3u_1v_1 + 2u_2v_2$$

şeklinde verilsin.  $f$  fonksiyonunun  $\mathbb{R}^2$  uzayında bir iç çarpım olup olmadığını gösteriniz. (20 puan)

- 4)  $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, -1), \frac{1}{\sqrt{6}}(2, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -1) \right\}$  kümesinin  $\mathbb{R}^3$  uzayı için ortonormal bir taban olup olmadığını gösteriniz. (15 puan)

5)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  olsun.

- A matrisinin öz değerlerini bulunuz. (10 puan)
- A matrisinin öz uzaylarının birer tabanını bulunuz. (5 puan)
- A matrisi köşegenleştirilebilir bir matris midir? Neden? (5 puan)
- $P^T A P$  matrisi bir D köşegen matrisine eşit olacak biçimde bir P ortogonal matrisi var mıdır? Varsa, P ve D matrislerini yazınız. (5 puan)

Burayı da kullanabilirsiniz. Ek kağıt almanız yasak!